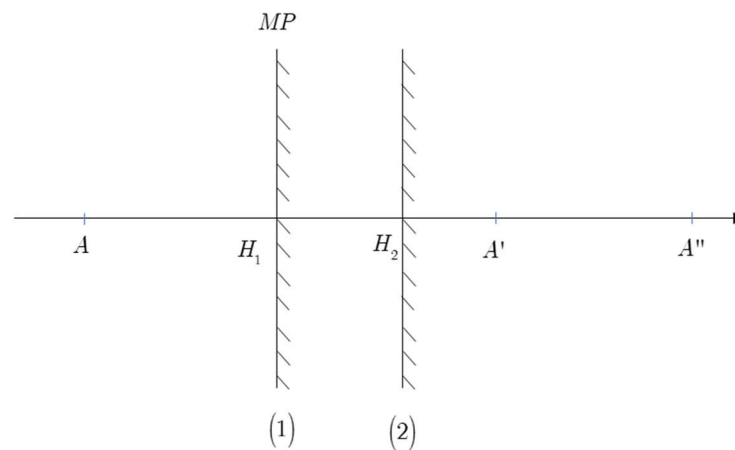


CORRIGE DE LA SERIE IITRAVAUX DIRIGES - OPTIQUE GEOMETRIQUEExercice 1 : Miroir plan

1.



- $A'$  est l'image de  $A$  à travers le miroir plan en position (1).
- En déplace le miroir plan d'une quantité  $d = \overline{H_1 H_2}$  et  $A''$  devient l'image de  $A$ .

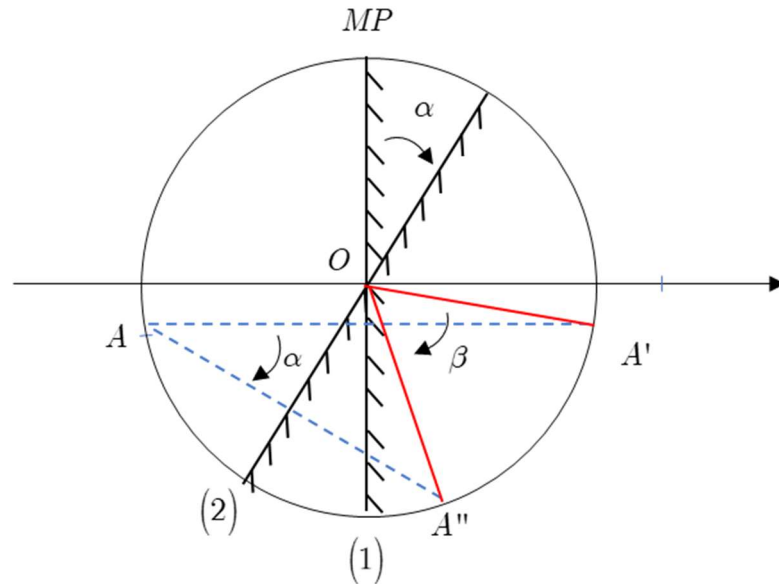
Relations de conjugaison :  $\overline{H_1 A'} = -\overline{H_1 A}$  et  $\overline{H_2 A''} = -\overline{H_2 A}$

On a :

$$\begin{aligned}
 \overline{A' A''} &= \overline{A' H_1} + \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 A''} = \overline{H_1 A} + \overline{H_1 H_2} - \overline{H_2 A} \\
 &= \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 A} + \overline{H_1 H_2} - \overline{H_2 A} \\
 &= 2 * \overline{H_1 H_2} \\
 &= 2d
 \end{aligned}$$

Donc l'image s'est déplacée de  $2d$  dans le même sens de la translation du miroir.

2.

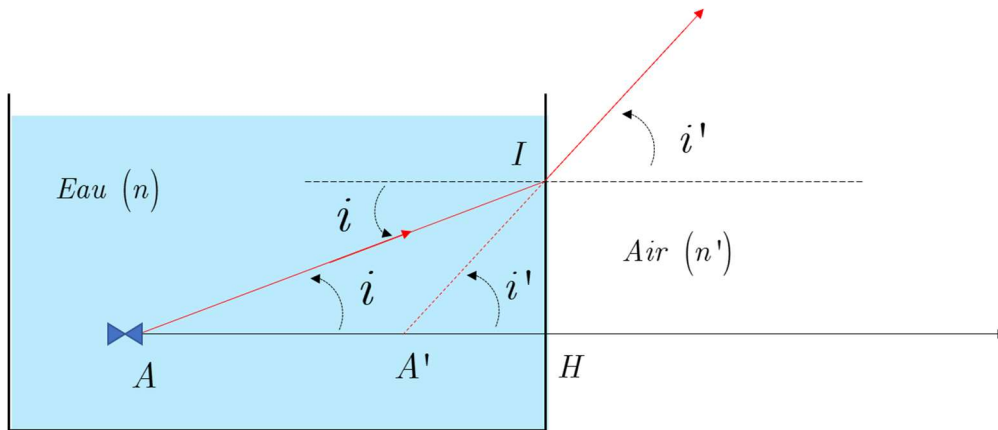


Lorsque on tourne le miroir de l'angle  $\alpha$ , l'image tourne dans le même sens d'un angle  $\beta = 2\alpha$ .

L'angle au centre  $(A'\hat{O}A'')$  est égale au double de l'angle inscrit  $(A'\hat{A}A'')$

Exercice 2 : Dioptre plan - Stigmatisme

1.



On a :

$$\left. \begin{aligned} \tan i &= \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \Rightarrow \overline{HI} = \overline{HA} * \tan i \\ \tan i' &= \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}} \Rightarrow \overline{HI} = \overline{HA'} * \tan i' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overline{HA'} = \frac{\tan i}{\tan i'} * \overline{HA}$$

$$\overline{HA'} = \frac{\sin i}{\cos i} * \frac{\cos i'}{\sin i'} * \overline{HA} = \frac{\sin i}{\sin i'} * \frac{\cos i'}{\cos i} * \overline{HA}$$

D'après la loi de Snell-Descartes on a :

$$n' \sin i' = n \sin i \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n'}{n}$$

et

$$\frac{\cos i'}{\cos i} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i')}}{\sqrt{1 - \sin^2(i)}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{(n)^2}{(n')^2} \sin^2(i)}{1 - \sin^2(i)}} = f(i)$$

D'où

$$\Rightarrow \overline{HA'} = \overline{HA} * \frac{n'}{n} * \sqrt{\frac{1 - \frac{(n)^2}{(n')^2} \sin^2(i)}{1 - \sin^2(i)}} = \overline{HA} * \frac{n'}{n} * f(i)$$

La position de l'image  $A'$  dépend de l'angle d'incidence  $i$ . Ceci implique que l'image d'un point n'est pas unique. Donc le dioptre plan n'est pas stigmatique.

2.

Dans le cas des rayons incidents de faibles inclinaisons par rapport à l'axe optique :

$$i \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \sin(i) \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad f(i) \rightarrow 1$$

Dans ce cas on a :  $\overline{HA'} = \overline{HA} * \frac{n}{n'}$

Ceci est donc réalisable pour les rayons paraxiaux (rayons incidents de faibles inclinaisons qu'on appelle les conditions de l'approximation de Gauss).

3.

On a :  $\overline{HA'} = \overline{HA} * \frac{n}{n'}$  donc  $A'H = AH * \frac{n}{n'} = 20 * \frac{1}{1,33} \Rightarrow A'H \approx 15 \text{ cm}$

Dans ce cas, la position de  $A'$  ne dépend pas de  $i$  donc tous les rayons issus de  $A$  ayant une faible incidence émergeront en semblant provenir du point  $A'$ . Il y a donc un stigmatisme approché.

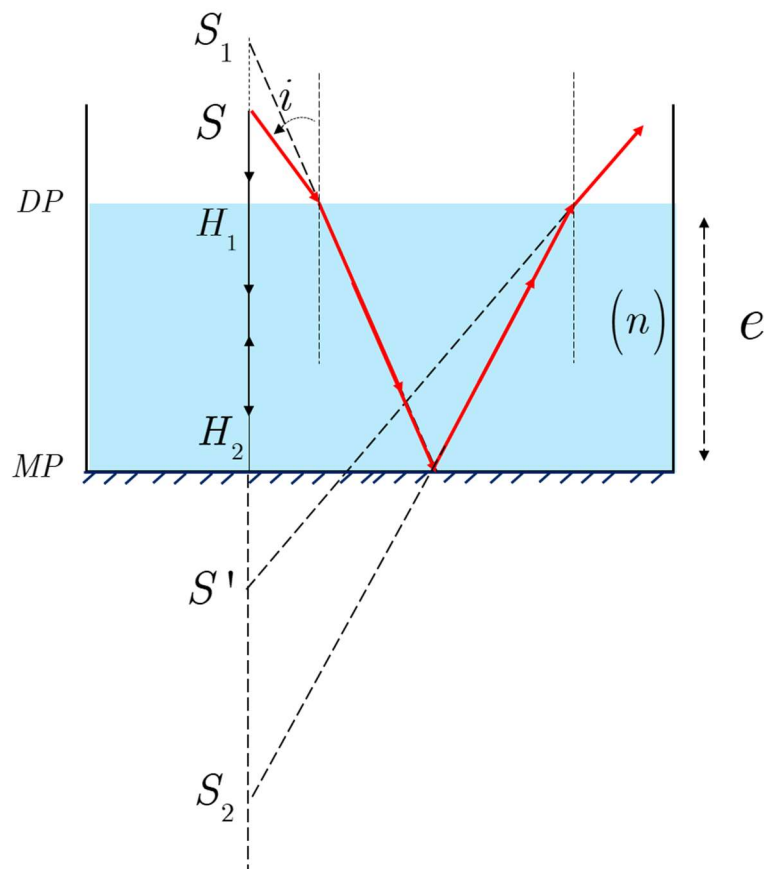
Exercice 3 : Dioptre plan & Miroir plan

1.

Trajet d'un rayon lumineux issu de  $S$  :

Un rayon issu de  $S$  arrive sur le dioptre plan Air-Liquide sous une incidence  $i$ . Il subit une réfraction sur ce dioptre, ensuite une réflexion sur le miroir plan au fond de la cuve.

Une autre réfraction sur le dioptre plan Liquide-Air ramène le rayon dans l'air.



2.

Position de l'image finale  $S'$  de  $S$  à travers le système :

Dans les conditions d'approximation de Gauss (faibles angles) on peut utiliser les relations de conjugaison d'un dioptre plan :

$$\begin{aligned}
S &\xrightarrow{DP(Air-Liquide)} S_1 &\Rightarrow &\frac{1}{\overline{H_1 S}} = \frac{n}{\overline{H_1 S_1}} \\
S_1 &\xrightarrow{Miroir\ plan} S_2 &\Rightarrow &\overline{H_2 S_2} = -\overline{H_2 S_1} \\
S_2 &\xrightarrow{DP(Liquide-Air)} S' &\Rightarrow &\frac{n}{\overline{H_1 S_2}} = \frac{1}{\overline{H_1 S'}}
\end{aligned}$$

D'où :

$$n\overline{H_1 S'} = \overline{H_1 S_2} = \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 S_2} = \overline{H_1 H_2} + (-\overline{H_2 S_1}) = \overline{H_1 H_2} - \overline{H_2 H_1} - \overline{H_1 S_1}$$

$$n\overline{H_1 S'} = 2 * \overline{H_1 H_2} - n\overline{H_1 S}$$

$$n\overline{H_1 S'} = 2e + nd$$

$$\overline{H_1 S} = \frac{2e}{n} + d$$

3.

Ce système catadioptrique peut être remplacé par un miroir plan car l'image  $S'$  est derrière le système. Il suffit donc de placer un miroir plan au milieu de  $SS'$  pour que  $S'$  soit l'image de  $S$  à travers le MP équivalent.

4.

Le miroir plan équivalent sera en  $H'$  tel que :  $\overline{SH'} = \overline{H'S'}$

Soit :

$$\overline{SH'} = \frac{\overline{SS'}}{2} = \frac{\overline{SH_1} + \overline{H_1 S'}}{2} = \frac{1}{2} \left( d + \frac{2e}{n} + d \right)$$

$$\overline{SH'} = d + \frac{e}{n}$$

Exercice 4 : Dioptrique sphérique)

1.

Le centre de ce dioptrique est dans l'espace objet, donc il s'agit d'un dioptrique concave.

- Ce dioptrique sphérique est divergent car le centre du dioptrique est dans milieu le moins réfringent.

2.

La relation de conjugaison, avec origine au sommet du dioptrique sphérique définit la relation entre les positions, sur l'axe optique, de l'objet ( $AB$ ) et celui de son image ( $A'B'$ ) par rapport au sommet  $S$  du dioptrique. Elle s'écrit :

$$\frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} = \frac{n' - n}{SC}$$

3.

- Le foyer objet  $F$  est un point objet dont l'image se forme à l'infini.
- Le foyer image  $F'$  est un point image d'un objet se trouve à l'infini.

4.

- Le foyer principal objet  $F$

D'après la définition on a:  $A \equiv F \xrightarrow{(DS)} A' \rightarrow \infty$

Donc la correspondance optique entre le point  $F$  et son image à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$0 - \frac{n}{SF} = \frac{n' - n}{SC}$$

$$\Rightarrow \overline{SF} = -\frac{n}{n' - n} \overline{SC}$$

■ Le foyer principal image  $F'$

D'après la définition on a :  $A \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS)} A' \equiv F'$

Donc la correspondance optique entre le point  $F'$  et son objet à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$\begin{aligned} \frac{n'}{\overline{SF'}} - 0 &= \frac{n' - n}{\overline{SC}} \\ \Rightarrow \overline{SF'} &= \frac{n'}{n' - n} \overline{SC} \end{aligned}$$

■ La nature des foyers  $F$  et  $F'$  :

$$\overline{SF} = -\frac{n}{n' - n} \overline{SC} > 0, \text{ donc } F \text{ est virtuel.}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n'}{n' - n} \overline{SC} < 0, \text{ donc } F' \text{ est virtuel.}$$

Remarque : Puisque le dioptre est divergent donc ses foyers  $F$  et  $F'$  sont virtuels.

5.

■ Le rapport algébrique des distances focales :

$$\frac{f'}{f} = \frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = \frac{\frac{n'}{n' - n} \overline{SC}}{-\frac{n}{n' - n} \overline{SC}} = -\frac{n'}{n}$$

On déduit que les foyers sont toujours de même nature : tous les deux réels ou tous les deux virtuels et ils sont situés de part et d'autre du sommet, à des distances proportionnelles aux indices.

■ La somme algébrique des distances focales :



$$f + f' = \overline{SF} + \overline{SF'} = -\frac{n}{n' - n} \overline{SC} + \frac{n'}{n' - n} \overline{SC} = \overline{SC}$$

Les foyers sont symétriques par rapport au milieu de  $\overline{SC}$ .

(Soit  $M$  le milieu de  $[FF']$ , on a :

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SM} + \overline{MF} + \overline{SM} + \overline{MF'} = 2 * \overline{SM} = \overline{SC}$$

Donc  $M$  est le milieu de  $\overline{SC}$ ).

6.

La position de l'image  $A'B'$  d'un objet réel  $AB$  perpendiculaire à  $SC$  pour  $\gamma = +2$  :

$$\gamma = \frac{n \overline{SA'}}{n' \overline{SA}} = \frac{\overline{SA'}}{\frac{4}{3} * \overline{SA}} = 2 \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'} = \frac{8}{3} * \overline{SA}$$

On aussi :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \overline{SA} &= \frac{3}{8} \frac{n' - n}{n' - n} * \overline{SC} = -\frac{3}{2} * \overline{SC} \\ \overline{SA} &= -\frac{3}{2} * (-10cm) = 15cm \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \overline{SA'} &= \frac{8}{3} * \overline{SA} \\ \overline{SA'} &= \frac{8}{3} * 15 \\ \overline{SA'} &= 40cm \end{aligned}$$

$\overline{SA'} > 0$  Donc image  $A'B'$  est réelle.

7.

On a :  $\overline{SA} > 0$  donc l'objet AB est virtuel.

8.

$$\overline{SF} = +30\text{cm}$$

$$\overline{SF'} = -40\text{cm}$$

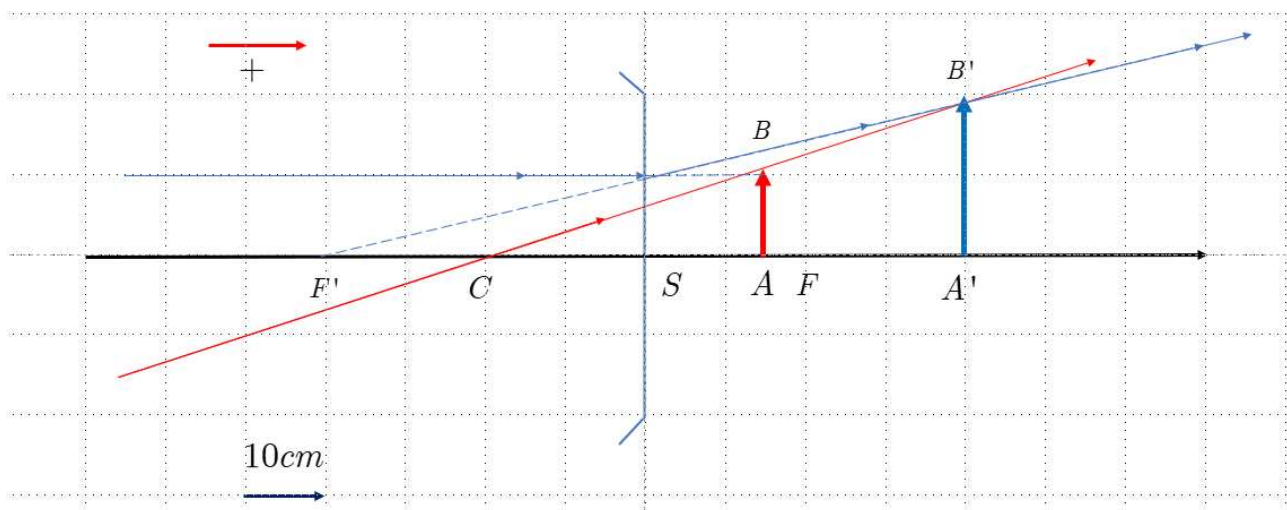
$$\overline{SA} = +15\text{cm}$$

$$\overline{SA'} = +40\text{cm}$$

$$\overline{SC} = -10\text{cm}$$

Pour construire l'image  $B'$ , il faut utiliser deux rayons incidents particuliers dont les supports passent par  $B$ . Il est commode de choisir deux rayons parmi les trois suivants :

- Le rayon dont le support qui passe par  $B$  et par  $C$ , le centre du dioptre ;  
étant de direction normale à la surface dioptrique il n'est pas dévié lors de la réfraction.
- Le rayon incident dont le support qui passe par  $B$  et parallèle à l'axe optique, se réfracte par le dioptre et ayant le support passe par le foyer image  $F'$ .
- Le rayon incident dont le support qui passe par  $F$  et par  $B$ , il se réfracte parallèlement à l'axe optique.



*D'après la construction géométrique on retrouve :  $\overline{SA'} = +40 \text{ cm}$ .*

Exercice 5 : Miroir sphérique

1. .

Le miroir est utilisé comme rétroviseur d'une voiture de grandissement linéaire  $\gamma = \frac{1}{3}$  :

a)

La concavité du miroir :

Le grandissement linéaire pour un miroir s'écrit :  $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

$$\text{Donc : } \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'} = -\frac{\overline{SA}}{3}$$

La relation de conjugaison avec origine au sommet de ce miroir sphérique s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Alors on a :

$$-\frac{3}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{\overline{SC}} = -\frac{2}{\overline{SA}} \quad \Rightarrow \quad \overline{SC} = -\overline{SA}$$

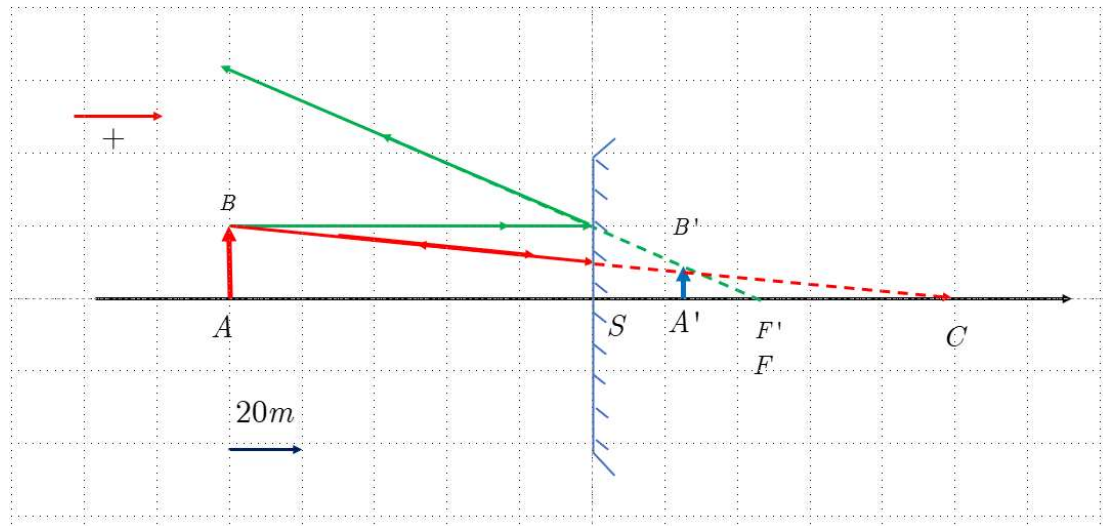
Or l'objet A est réel donc :

$$\overline{SA} < 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{SC} > 0$$

Il s'agit donc d'un miroir convexe.

b)

$$\overline{SC} = -\overline{SA} = +10m$$



2. .

Le miroir est utilisé comme un miroir grossissant de grandissement linéaire  $\gamma = 2$  :

a)

La concavité du miroir :

Le grandissement linéaire pour un miroir s'écrit :  $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

$$\text{Donc : } \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 2 \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'} = -2 * \overline{SA}$$

D'après la relation de conjugaison du miroir sphérique on a :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Alors on a :

$$-\frac{1}{2 * \overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{2} * \frac{1}{\overline{SA}} \quad \Rightarrow \quad \overline{SC} = +4 * \overline{SA}$$

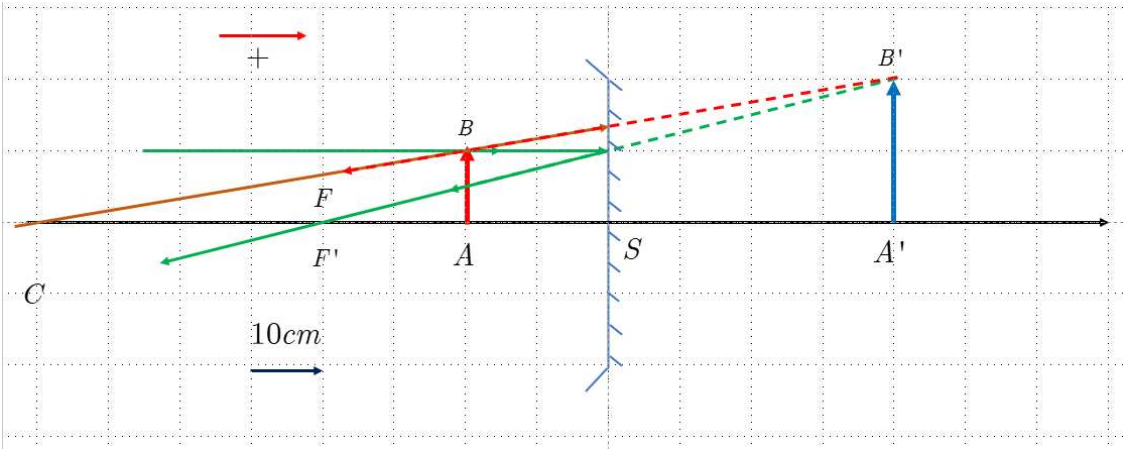
Or l'objet A est réel donc :

$$\overline{SA} < 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{SC} < 0$$

Ce miroir est concave.

b)

$$\overline{SC} = +4 * \overline{SA} = +80cm$$



Exercice 6 : Facultatif**1.**

- Le rayon de courbure de ce dioptre est positif ( $\overline{SC} > 0$ ), donc il s'agit d'un dioptre convexe.

- Pour savoir si le dioptre est convergent ou divergent, on cherche le signe du produit  $(n' - n) * \overline{SC}$ .

Ce produit est positif, car  $(n' - n)$  et  $\overline{SC}$  ont le même signe, donc le dioptre est convergent

- On peut dire aussi qu'il est convergent car le centre du dioptre est dans milieu le plus réfringent.

**2.**

La relation de conjugaison, avec origine au sommet du dioptre définit la relation entre les positions, sur l'axe optique, de l'objet ( $AB$ ) et celui de son image ( $A'B'$ ) par rapport au sommet  $S$  du dioptre. Elle s'écrit :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

■ Le foyer principal objet  $F$

D'après la définition on a :  $A \equiv F \xrightarrow{(DS)} A' \rightarrow \infty$

Donc la correspondance optique entre le point  $F$  et son image à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$\begin{aligned} 0 - \frac{n}{SF} &= \frac{n' - n}{SC} \\ \Rightarrow \overline{SF} &= -\frac{n}{n' - n} \overline{SC} \end{aligned}$$

■ Le foyer principal image  $F'$

D'après la définition on a :  $A \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS)} A' \equiv F'$

Donc la correspondance optique entre le point  $F'$  et son objet à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$\begin{aligned} \frac{n'}{SF'} - 0 &= \frac{n' - n}{SC} \\ \Rightarrow \overline{SF'} &= \frac{n'}{n' - n} \overline{SC} \end{aligned}$$

### 3.

Pour un dioptré sphérique, la convergence  $C$  est définie par :

$$C = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

$$\text{Application numérique : } C = -\frac{1}{-0,04} \Rightarrow C = +25 \text{ } \delta$$



$C = 25 \text{ } \delta \Rightarrow C \succ 0$  , donc il s'agit d'un dioptre convergent. On retrouve alors le même résultat de la question 1.

4.

Puisqu'il s'agit d'un objet virtuel situé derrière le dioptre.  $\overline{SA}$  est donc positif :

$$\overline{SA} = +4 \text{ cm}$$

L'orientation (+) des distances algébriques suit le sens de propagation de la lumière, de gauche vers la droite.

5.

Les positions sur l'axe optique de l'objet (AB) et son image (A'B') sont

■

liées par la formule de conjugaison :  $\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$

On a :

$$\begin{cases} n = 1 \\ n' = \frac{3}{2} \\ \overline{SA} = +4 \text{ cm} \\ \overline{SC} = +2 \text{ cm} \end{cases}$$

On trouve :  $\overline{SA'} = +3 \text{ cm}$

**6.***Le grandissement linéaire :*

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \gamma = 0,5$$

**7.***On a :*

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \gamma * \overline{AB} = 0,5 * (+1) = +0,5 \text{ cm}$$

■  $\overline{SA'} \succ 0 \Rightarrow$  L'image est réelle.

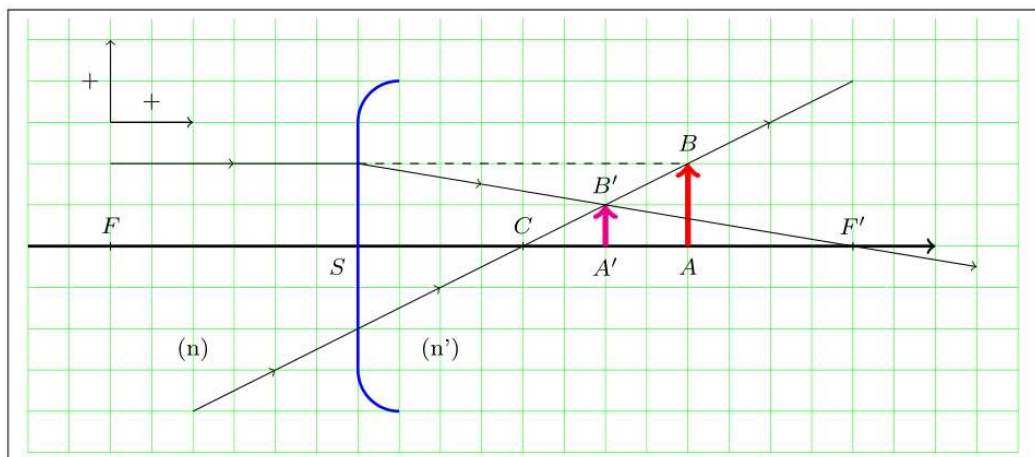
■  $\gamma \succ 0 \Rightarrow$  L'image a le même sens que l'objet. (Image droite).

■  $|\gamma| \prec 1 \Rightarrow$  L'image est plus petite que l'objet. ( $\overline{A'B'} = \frac{\overline{AB}}{2}$  l'image est deux fois plus petite que l'objet).

**8.**

Pour construire l'image  $B'$ , il faut utiliser deux rayons incidents particuliers dont le support passent par  $B$ . Il est commode de choisir deux rayons parmi les trois suivants :

- Le rayon dont le support qui passe par  $B$  et par  $C$ , le centre du dioptre ;  
étant de direction normale à la surface dioptrique il n'est pas dévié lors de la réfraction.
- Le rayon incident dont le support qui passe par  $B$  et parallèle à l'axe optique, se réfracte par le dioptre en passant par le foyer image  $F'$ .
- Le rayon incident dont le support qui passe par  $F$  et par  $B$ , il se réfracte parallèlement à l'axe optique.



D'après la construction géométrique on retrouve :  $\overline{SA'} = +3 \text{ cm}$  et  $\overline{A'B'} = +0,5 \text{ cm}$